

Title	蘇歩青氏ヨリ平川淳康氏へ
Author(s)	蘇, 歩青
Citation	全国紙上数学談話会. 69 p.7-p.10
Issue Date	1935-12-06
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74211
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

289. 蘇歩青氏ヨリ平川淳康氏へ

平川淳康學兄

十月五日

蘇歩青

拝啓、最近の日本數學輯報第十二卷第二号に発表せられた貴著 "The affine breadth and its relation to the relative breadth" を面白く拝見致しました。擬似二重法線の卵形線を定める問題は今から約十年前に荻原伸次氏が盛んに研究を試みられたのですが未だ解決されておないと思ひます、貴著の定理4 (p. 45にあるのですが定理の中に parallel を書き落したやうに思はれます) が丁度その特殊の場合に対する解答となるわけです。

私は昨年度の微分幾何学の講義の中で同定理を普通の方法で証明しました、勿論 affine breadth の考へから導いたものではありませんが其証明はさほど複雑でないようですから御参考にも申上げませう。

卵形線、点、*polar tangential coordinates*
(p, φ) を用ヒレバ

$$(1) \quad \begin{aligned} x(\varphi) &= p(\varphi) \sin \varphi + p'(\varphi) \cos \varphi, \\ y(\varphi) &= -p(\varphi) \cos \varphi + p'(\varphi) \sin \varphi. \end{aligned}$$

今 S を擬似曲線長トシ、 ρ を曲率半径トスルトキ、

$$\frac{ds}{d\varphi} = \rho^{\frac{2}{3}} = (p + p'')^{\frac{2}{3}},$$

從ツテ

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= \rho^{\frac{1}{3}} \cos \varphi, & \frac{d^2x}{ds^2} &= \frac{1}{3} \rho^{-\frac{4}{3}} \left[\frac{d\rho}{d\varphi} \cos \varphi - 3\rho \sin \varphi \right], \\ \frac{dy}{ds} &= \rho^{\frac{1}{3}} \sin \varphi, & \frac{d^2y}{ds^2} &= \frac{1}{3} \rho^{-\frac{4}{3}} \left[\frac{d\rho}{d\varphi} \sin \varphi + 3\rho \cos \varphi \right]. \end{aligned}$$

トナル。

点 $(x(\varphi), y(\varphi))$ ノ擬似法線が点 $(x(\varphi+\pi), y(\varphi+\pi))$

ヲ通ルタメニ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ハ明カニ

$$(3) \quad \frac{d^2x}{ds^2} : \frac{d^2y}{ds^2} = \{x(\varphi) - x(\varphi+\pi)\} : \{y(\varphi) - y(\varphi+\pi)\}$$

ナル故

$$D(\varphi) = p(\varphi) + p(\varphi+\pi)$$

トオキ、且ツ (1) ヲ利用スルコトニ依ツテ (3) ハ

$$(4) \quad D(\varphi) \frac{dp}{d\varphi} + 3p \frac{dD(\varphi)}{d\varphi} = 0$$

トナル。コレヲ積分シテ

$$(4') \quad p(\varphi) [D(\varphi)]^3 = \text{const.}$$

ヲ得ル、然ルニ

$$D(\varphi) = D(\varphi+\pi)$$

故ニ

$$(5) \quad p(\varphi) = p(\varphi+\pi)$$

一ヲ得ハ

$$\frac{d}{d\varphi} \left\{ \frac{1}{2} (x(\varphi) + x(\varphi+\pi)) \right\} = \frac{1}{2} \{ p(\varphi) - p(\varphi+\pi) \} \cos \varphi = 0,$$

$$\frac{d}{d\varphi} \left\{ \frac{1}{2} (y(\varphi) + y(\varphi+\pi)) \right\} = \frac{1}{2} \{ p(\varphi) - p(\varphi+\pi) \} \sin \varphi = 0.$$

コレハ二平行切線ノ切点ノ結び付ケが定点ヲ中点トスルコト

ヲ示ス。

結局考フル所ノ卵形線ノ擬似法線が定点ヲ通ルコトニナ

ルカラ楕円デナケレバナラナイ。(*)

以上ハ申上グベキ事柄ノ全体デスが蛇足ト存ジナガラ御
覧ノ程ヲ願ヒマス。

敬具

(*) 此定理ヲ用ヒナクテモ、直接 = (4') カラ $\kappa = \rho^{-\frac{1}{3}}$ トオキ、

$$\text{affinkrümmung} = \kappa^3 (\tau + \kappa'') = \text{const.}$$

ヲ証明スルコトが出来ル。

— X —

(以止書信原文ノマデス)

[註] 本定理ハ W. Lüss 氏ノ次ノ論文中ニアル特別ナ
モノデ彼ハ

Über affine Geometrie XL: Eiflächen kon-
stanter Affinbreite; Math. ann., 96 (1927).

ニ於テ一般ノ場合ヲ取扱ツテキマスガ、ソノ間違デアルコト
ヲ萩原氏が物理学校雑誌デ指摘サレテキマス。併シ此ノ書信
中ノ定理ハソノ特別ナモノトシテ証明サレテキマス。私ノ論
文ニ於テハ之ヲ参照スベキ記号ヲ校正ノ際落シマシタ、勿論
parallel ヲ落シタコトモ私ノ不注意ニヨルモノデアリマ
ス。

(平川)